

© А.Ю. ЩЕРБИЧ<sup>1</sup>, В.Н. КУТРУНОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Halliburton (филиал в г. Тюмень),

<sup>2</sup>Тюменский государственный университет  
Alexey.Scherbich@halliburton.com, vkutrunov@utmn.ru

УДК 519.711.3

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ВЫПУКЛО-ВОГНУТОГО КОНТУРА ПЛОЩАДИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ СЪЕМКИ

### COMPUTATION ALGORITHM OF CONVEXO-CONCAVE CONTOUR OF THE SEISMIC SURVEY

*АННОТАЦИЯ.* В связи с необходимостью автоматизации оценки качества возрастающих объемов данных сейсмической разведки остро встают вопросы разработки методов контроля качества. Эти методы призваны повысить как технологическую ценность материала, так и принести коммерческую выгоду в спектре задач управления геолого-геофизическими данными. В статье описан авторский алгоритм для расчета невыпуклых контуров, огибающих площадь сейсмической съемки. Алгоритм расчета основан на предположении о том, что невыпуклая оболочка может быть рассчитана из выпуклой методом включения в нее дополнительных ребер. Это предположение озвучено в виде теоремы и доказано в данной статье. Используя дополнительные строгие критерии взаимосвязи точек на плоскости в виде заранее заданных отрезков прямых, авторам удалось найти однозначное решение построения замкнутого невыпуклого контура, ограничивающего пучок отрезков плоскости. Современные ГИС-ориентированные системы управления данными являются очень требовательными функционально. Всестороннее применение в них фильтров по географическим «областям интересов» требует отбора сопроводительной информации (в нашем случае — сейсмических данных) в соответствии с заданными пространственными критериями. Строго решенная задача «оконтуривания» обеспечивает максимальную эффективность работы таковых фильтров. Кроме прочего, работа данного алгоритма позволяет автоматизировать технологическую оценку качества сейсмических данных и выгрузку данных сейсмике по критериям, предъявляемым к системам управления геолого-геофизическими данными.

*SUMMARY.* Quality control methodology development is one of the key problems required by E&P industry due to the sufficiently increasing volumes of data. These methods are to increase both technological and commercial data value in terms of topical G&G data management issues. The article describes author's algorithm for calculation of concave hulls applied to 2D and 3D seismic surveys. Computation algorithm is based on hypothesis that concave hull can be built on the basis of convex hull by including additional edges. This hypothesis is declared as a theorem and its proof is given in the article as well. Using additional strict criteria of points interrelations on a plane as preliminary defined lines sections, authors succeeded in solution of concave hull

creation around the set of plane lines sections. The functionality of modern GIS-based data management systems is very demanding. A comprehensive application of filters by "areas of interests" requires the selection of corresponding data (i.e. seismic data in terms of our tasks) according to predefined spatial criteria. Unambiguously solved "contouring" task provides maximal effectiveness of those filters work. Moreover, implementation of the algorithm allows automating technological QC of seismic data and simplifies seismic data retrieving mechanisms based on up-to-date criteria requested by G&G data management systems.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Выпуклая оболочка, вогнутая оболочка, сейсмическая площадь, контроль качества, управление данными.

**KEY WORDS.** Convex hull, concave hull, seismic survey, quality control, data management.

В последнее время вопросам управления данными уделяется все больше внимания в связи с ростом объемов, отсутствием системного подхода к упорядочиванию материала, отсутствием методик оценки качества материала. Объемы данных сейсмических съемок на сегодняшний день — это терабайты информации, и человеческий экспертный фактор в анализе подобных масштабов становится малоэффективным [1; 14].

Авторы данной статьи в контексте своих исследований ставят целью разработку концепции оценки качества геолого-геофизических данных, накапливаемых в нефтегазовых компаниях. В процессе разработки методики контроля качества для данных сейсмической разведки появилась задача, связанная с разработкой простого, но в то же время эффективного алгоритма расчета контура, огибающего площадь сейсмической съемки. Необходимость подобного алгоритма обусловлена следующими причинами:

**Задачи контроля качества.** Наряду с файлами навигации (геометрии) в центры сдачи материалов зачастую поступают файлы с угловыми отметками границ сейсмоплощадей. Расчет наиболее приближенного к действительности контура сейсмической площади на основе файлов навигации позволит получить наглядный результат, который демонстрирует, лежит ли расчетный контур в пределах границ контура на основе угловых отметок (рис. 1). Ошибки в координатах файлов навигации сразу становятся очевидными.

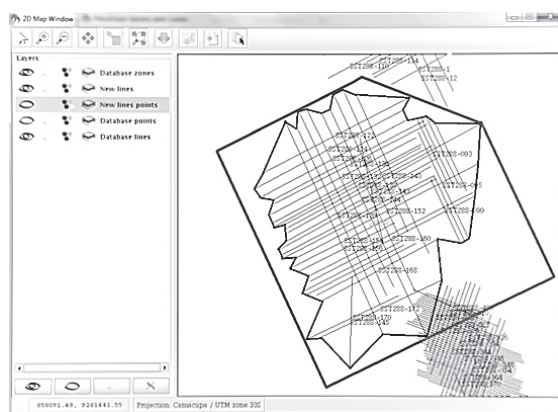


Рис. 1. Пример контуров 2D сейсмической съемки, рассчитанных программно (внутренний) и на основе файла угловых отметок съемки (внешний)

**Коммерческая причина.** К функциональным требованиям современных ГИС-ориентированных систем относится возможность автоматической генерации площадей работ в виде геометрических полигонов, лежащих при этом в пределах лицензионных участков. В дальнейшем такие полигоны могут быть использованы как границы, в которых компания-владелец лицензии может запросить выгрузку материалов по скважинному каротажу, выгрузку только тех данных сейсморазведки, которые лежат в пределах ограничений зоны лицензионных участков, генерацию статистических отчетов по добыче и пр. На рис. 1 внутренний контур как раз является примером расчетного контура, чьи границы в дальнейшем могут быть использованы для извлечения полезной информации. Таким образом, ошибки в расчетах контуров могут приводить к тому, что часть контура окажется в пределах чужого лицензионного участка, что позволит ГИС-системе выдать в итоге чужие результаты для компании, не имеющей прав на их использование. Коммерческие убытки здесь очевидны.

**Задачи автоматизации.** Автоматическое построение контуров площадей работ значительно упрощает ручной труд специалистов, принося ощутимые экономические выгоды для крупных компаний.

В связи с обозначенными выше причинами производственная задача контроля качества перерастает в математическую вычислительную задачу. Площадь сейсмической съемки в геометрическом смысле представлена набором точек на плоскости. Точки — это позиции источников или приемников цифрового сигнала. Следуя правилам расстановки, отдельные группы точек формируют сейсмический профиль (2D сейсмосьемка) или инлайн/кросслайн (3D сейсмосьемка).

Таким образом, итоговая карта сейсмической съемки выглядит как пучок отрезков на плоскости (2D) (рис. 1) или регулярная сетка в виде, опять же, перекрещивающихся отрезков (3D). Задача состоит в том, чтобы построить многоугольник, по возможности минимальной площади, содержащий внутри себя все заданные отрезки.

Поставленная задача принадлежит в общем виде к спектру задач вычисления контуров (оболочек) вокруг множества точек на плоскости. Существует две группы таких оболочек: выпуклые и невыпуклые (в данной статье называем их «выпукло-вогнутыми»). Введем определение.

**Определение 1.** Выпуклой оболочкой множества точек  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  будем называть наименьший по площади выпуклый многоугольник  $P$ , содержащий  $X$  [2; 5-12].

Теория и применение выпуклых оболочек сегодня достаточно хорошо исследованы. Существует ряд популярных алгоритмов расчета выпуклых оболочек (Алгоритм Джарвиса [3; 1037-1038], Алгоритм Грэхема [3; 1030-1037], Алгоритм Чана [4; 18-20], Алгоритм быстрой оболочки [5; 469-483] и др.). Нахождение выпуклых оболочек применяется в задачах распознавания образов, задачах кластеризации, статистических задачах. В то же время выпуклая оболочка не всегда является действительным и допустимым отображением реальной геометрической характеристики искомого объекта. В качестве простого примера на рис. 2 (а, б) изображены выпуклая и вогнутая оболочки как рассчитанные контуры сейсмической съемки. Легко заметить, что выпуклая оболочка содержит много участков, на которых в действительности никакие работы не проводились, в то время как на втором изображении количество таких участков значительно меньше. В итоге отыскание выпукло-вогнутой оболочки является с практической точки зрения более актуальной задачей.

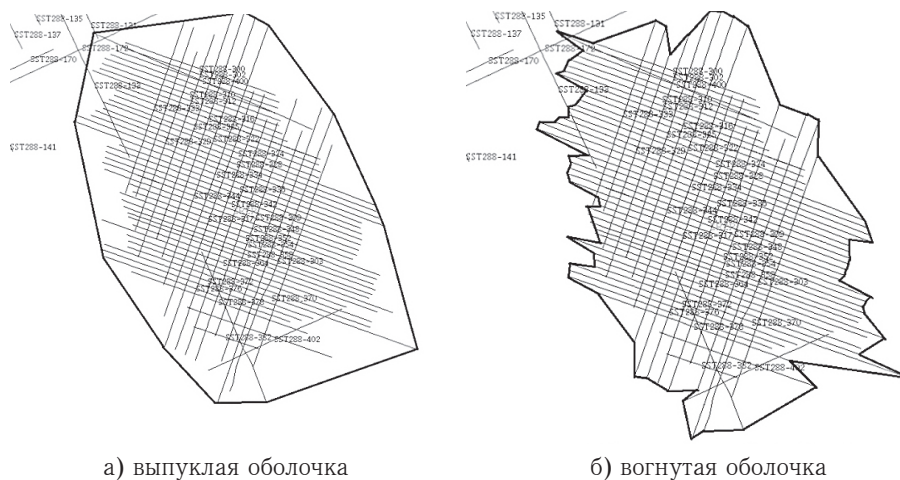


Рис. 2. Рассчитанные выпуклая и вогнутая оболочки сейсмической съемки

Расчетам «выпукло-вогнутых» оболочек посвящен ряд работ, которые в той или иной степени приближения, в зависимости от поставленной задачи, демонстрируют механизм реализации вычислений. В частности, достаточно популярной является методика использования механизма “alpha shapes” [6], являющегося обобщением построения диаграммы Вороного. Сопряженные методы триангуляции [7; 285-313] (напр., Триангуляция Делоне) также в значительной мере применяются в построении оболочек. Ряд известных работ по построению невыпуклых оболочек демонстрирует механизм, основанный на известных методах конструирования выпуклых контуров. Как пример, статья А. Морейра и М. Сантоса (Португалия) [8; 61-68] показывает возможность расчета вогнутой оболочки на основе известного метода Джарвиса с применением предложенной ими методики выбора очередной точки вогнутого контура.

В свободном доступе имеется достаточно библиотек, реализующих данную методику (напр., популярная библиотека CGAL [9], реализующая широкий спектр задач вычислительной геометрии).

Авторами данной статьи в процессе работы были использованы некоторые из указанных выше методик, но ввиду высоких аппаратных требований существующих методов и лучшей формализованности предметной задачи построения контура вокруг сейсмической площади было принято решение поиска альтернативных методов вычислений.

Однозначно определить выпукло-вогнутую оболочку достаточно сложно. Тем не менее, введем определение, исходя из которого будем проводить дальнейший поиск решения.

**Определение 2.** Выпукло-вогнутой оболочкой множества точек  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  называется любой многоугольник  $P_1 P_2 \dots P_m$ :  $P_1 \in X, P_2 \in X, \dots, P_m \in X$ , ограничивающий  $X$ , имеющий при этом меньшую площадь по отношению к выпуклой оболочке для  $X$ .

Конечная цель — найти такую выпукло-вогнутую оболочку для площади сейсмической съемки, которая имела бы по возможности минимальную площадь среди всех прочих невыпуклых оболочек данной сейсмоземки. Для простоты

дальнейшего изложения понятия «вогнутая оболочка» и «выпукло-вогнутая оболочка» будем считать синонимами.

**Определение 3.** Входным множеством данных назовем такое множество  $S = \{[S_{i1}S_{i2}], [S_{21}S_{22}], \dots, [S_{n1}S_{n2}]\}$ , где  $[S_{i1}S_{i2}]$  — это отрезок с концами в точках  $S_{i1}$ ,  $S_{i2}$ , а  $n$  — общее число отрезков на плоскости.

Множество точек, составленное из концов отрезков  $[S_{i1}S_{i2}]$ , обозначим  $SP$ .

**Определение 4.** Выпуклая оболочка для  $S$  — это такое множество  $\text{ConvexHull}(S) = \{[C_{i1}C_{i2}], [C_{21}C_{22}], \dots, [C_{m1}C_{m2}]\}$ , являющееся выпуклой оболочкой для всех точек  $S_{jk} \in SP$ , где  $[C_{i1}C_{i2}]$  — это отрезок выпуклой оболочки, ограниченный парой точек из  $SP$ , а  $m$  — число отрезков выпуклой оболочки  $S$ .

Для дальнейших вычислений докажем, что выпукло-вогнутая оболочка может быть рассчитана на основе выпуклой оболочки путем последовательной замены каждого отрезка  $[C_{i1}C_{i2}]$  на два смежных отрезка  $[C_{i1}K]$  и  $[KC_{i2}]$ , где  $K \in SP$ , но не является точкой выпуклой оболочки, то есть лежит внутри нее.

**Теорема 1.** Пусть  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  — конечное множество точек плоскости,  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$  — множество концов отрезков (угловых точек) выпукло-вогнутой оболочки, то есть  $A \subset S$ . Тогда если  $B = \{B_1, B_2, \dots, B_k\}$  — множество концов отрезков выпуклой оболочки, где  $B \subset S$ , то  $B \subset A$ .

**Доказательство.** Докажем от противного. Предположим, что найдется такая угловая точка  $B_f$  выпуклой оболочки  $B$ , не являющаяся одной из угловых точек выпукло-вогнутой оболочки  $A$ . Тогда точка  $B_f$  обязана быть внутри оболочки  $A$  либо на отрезках оболочки. Снаружи она быть не может, т. к. это противоречит определению оболочки. Изобразим наш случай схематично на рис 3.

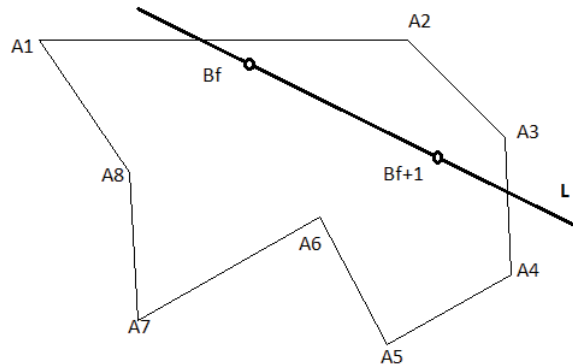


Рис. 3

Проведем через точку  $B_f$  произвольную прямую  $L$ . Очевидно, что если точка  $B_f$  — внутренняя точка области  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ , то всякая прямая  $L$  делит плоскость на две полуплоскости, в каждой из которых найдется хотя бы одна точка из множества  $A$  (1).

По нашему предположению, точка  $B_f$  — точка выпуклой оболочки. Смежная ей угловая точка  $B_{f+1}$  выпуклой оболочки должна быть либо на границе, либо внутри оболочки  $A_1 \dots A_8$ . Если провести прямую  $L$  через точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$ , то, как замечено выше (1), в обеих плоскостях относительно  $L$  окажутся угловые точки оболочки  $A_1 \dots A_8$ . Но точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$  — это точки выпуклой оболочки.

По определению выпуклого  $N$ -угольника (являющегося в нашем случае выпуклой оболочкой), все его точки должны лежать в одной полуплоскости относительно прямой, содержащей любую его сторону. Получено противоречие. Таким образом, наше предположение неверно, и точка  $B_f$  обязана лежать на оболочке  $A_1...A_8$ . Остается доказать, что точки множества  $B$  обязаны быть среди точек множества  $A$ , а не лежать между ними на соответствующих отрезках  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_mA_1$ .

Покажем, что две соседние точки выпуклой оболочки не могут лежать на разных отрезках выпукло-вогнутой оболочки. Рассмотрим рис. 4.

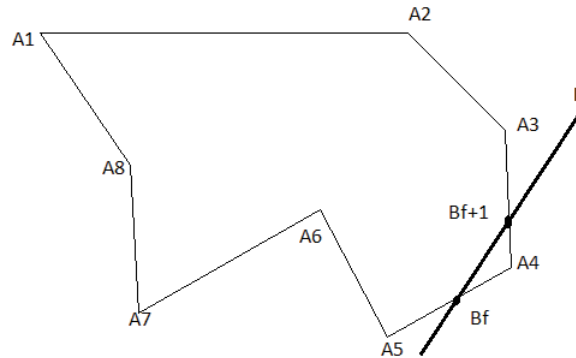


Рис. 4

Точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$  предположительно расположены на разных сторонах выпукло-вогнутого многоугольника  $A_1...A_8$ . Учитывая положение (1), очевидным становится тот факт, что прямая  $L$  разделит плоскость на две полуплоскости, в каждой из которых будут присутствовать точки множества  $A$  (в нашем случае  $A_4$  в одной полуплоскости, все остальные точки многоугольника  $A_1...A_8$  — в другой). То есть точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$  обязаны быть либо на одном и том же отрезке оболочки  $A_fA_{f+1}...A_m$ , либо вне их. Рассмотрим первый случай (рис. 5).

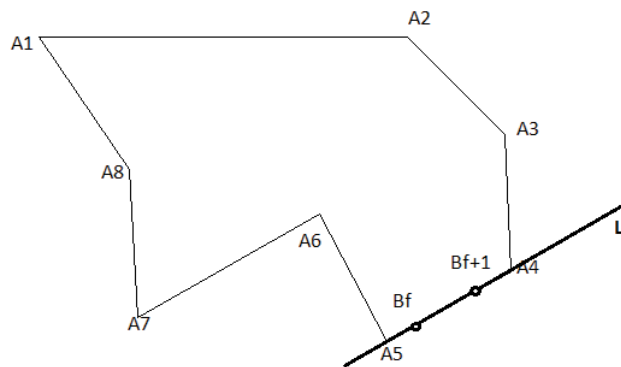


Рис. 5.

Из рисунка следует, что точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$  в таком случае не являются угловыми, но при этом, по нашему предположению, являются точками выпуклой оболочки. Точки  $A_5$  и  $A_4$  лежат на одной прямой  $L$  с точками  $B_f$  и  $B_{f+1}$ . Других



точек многоугольника  $A_1...A_8$  на данной прямой нет. Так как выпуклая оболочка обязана содержать внутри себя все точки входного множества, то точки  $B_f$  и  $B_{f+1}$ , являющиеся угловыми точками выпуклой оболочки, обязаны совпасть с  $A_5$  и  $A_4$  соответственно. Очевидно, что отрезки выпуклой и выпукло-вогнутой оболочки совпадут только тогда, когда они удовлетворяют условию выпуклости. Так, например, точка  $A_6$  не может быть точкой выпуклой оболочки, потому что она является концом отрезков  $A_6A_7$  и  $A_6A_5$ , не удовлетворяющих условиям выпуклости.

Кроме уже рассмотренных, единственным случаем может быть тот, что точка  $B_f$  окажется во внешней области относительно  $m$ -угольника  $A_1A_2A_3...A_m$  (рис. 6).

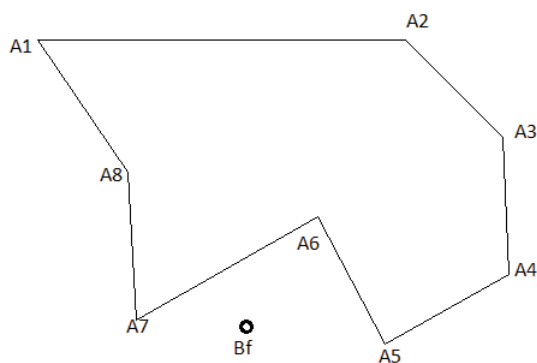


Рис. 6.

По определению, оболочка  $A_1A_2...A_m$  обязана содержать все точки исходного множества внутри себя, то есть точка  $B_f$  не может лежать во внешней области. Учитывая рассмотренные выше случаи, точка  $B_f$  обязана совпасть с одной из угловых точек многоугольника  $A_1A_2...A_m$ .

В итоге доказано следующее:

1. Угловые точки выпуклой оболочки целиком содержатся среди угловых точек выпукло-вогнутой оболочки.

2. Часть точек выпукло-вогнутой оболочки не является точками выпуклой оболочки, т.к. соответствующие стороны многоугольника не удовлетворяют критерию выпуклости.

Таким образом, множество  $B$  целиком содержится в  $A$ , то есть  $B \subset A$ , что и требовалось доказать.

Доказав теорему, мы можем однозначно утверждать, что выпукло-вогнутая оболочка  $A$  может быть получена из выпуклой оболочки  $B$  путем добавления к множеству  $B$  одной или более точек из исходного множества  $S$ . Дальнейшая задача состоит в том, чтобы определить оставшиеся точки множества  $S$ , которые могут быть включены в результирующую оболочку  $A$ .

К аналогичным выводам пришли Джин-Сео Парк и Се-Лонг О (Корея) в своей статье «Новый алгоритм выпукло-вогнутой оболочки и измерение вогнутости для  $n$ -мерных наборов данных». [10; 379-392] Авторы сразу обозначили свою стратегию, состоящую в том, чтобы известным способом рассчитать выпуклую оболочку, а затем с помощью «вкраплений», высчитываемым по пред-

ложенной ими методике «расчета вогнутости», преобразовать ее к вогнутой (выпукло-вогнутой). Мы же, доказав выше теорему, показали, что такая операция действительно допустима, несмотря на кажущуюся очевидность.

Отличия в дальнейшей работе алгоритма поиска оболочки  $A$  будут связаны с тем, что, по **Определению 3**, в качестве входного множества мы выбираем множество отрезков, то есть знаем характер взаимосвязи множества точек на плоскости. Джин-Сео Парк и Се-Лонг О, в свою очередь, работали с несвязным множеством точек, поэтому их пороговое значение  $N$  позволяет строить выпукло-вогнутые оболочки с той или иной степенью приближения, которое они называют «степенью вогнутости». Мы же, зная попарные связи всех точек множества, в дальнейшем претендуем на однозначность конечного выпукло-вогнутого контура.

Итак, наш подход к вычислению вогнутой оболочки представлен следующими этапами:

1. Вычисление выпуклой оболочки, используя любой из известных методов.
2. Зная, что точки исходного множества попарно являются концами предопределенных отрезков плоскости, вычислить дополнительные вершины, которые вместе с вершинами выпуклой оболочки составят вогнутую оболочку.

Вторую часть реализуем на данный момент без претензии на оптимальность решения, сосредоточив внимание на результате. Задачи оптимизации данного решения оставим для дальнейших исследований.

Стратегия следующая. Обозначим за  $B_m B_{m+1}$  произвольный отрезок выпуклой оболочки. Между вершинами стороны  $B_m B_{m+1}$  требуется найти такие точки  $A_1, A_2, A_k$ , что отрезки  $B_m A_1, A_1 A_2, A_k B_{m+1}$  не пересекают ни один из отрезков входного множества данных. Данная стратегия очевидна, так как все вышеперечисленные отрезки — это потенциальные стороны итоговой вогнутой оболочки. Поясним выбранный принцип геометрически (рис. 7).

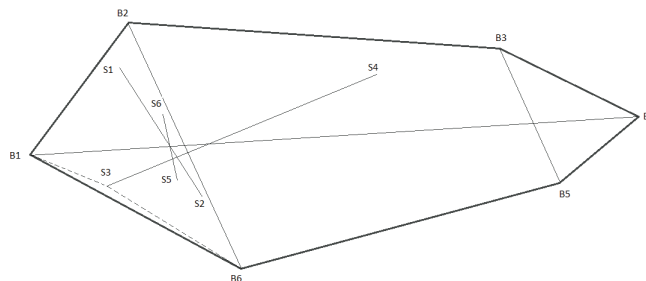


Рис. 7

Исходное множество  $S$  задается в следующем виде:  $S = \{[B_1 B_4], [B_2 B_6], [B_3 B_5], [S_1 S_2], [S_3 S_4], [S_5 S_6]\}$ .  $ConvexHull(S) = \{[B_1 B_2], [B_2 B_3], [B_3 B_4], [B_4 B_5], [B_5 B_6], [B_6 B_1]\}$  — построенная выпуклая оболочка. Таким образом, точки  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  — концы отрезков исходного множества — являются кандидатами на добавление в результирующую вогнутую оболочку. Рассмотрим сторону  $B_1 B_6$  выпуклой оболочки  $ConvexHull(S)$ . Локальная задача состоит в том, чтобы из точек  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$  выбрать ту, которая образует две новые стороны вогнутой оболочки вместо стороны  $B_1 B_6$ , то есть  $B_1 S_k$  и  $S_k B_6$ . Зрительно анализируя расположение точек, можем сказать, что точка  $S_3$  удовлетворяет вышеобозначенной задаче.



ченным критериям. В итоге вместо стороны  $B_1B_6$  в результирующей вогнутой оболочке появятся стороны  $B_1S_3$  и  $S_3B_6$  (показаны пунктирными линиями). Точку  $S_3$  исключаем из списка точек-кандидатов.

Далее переходим к уже новому отрезку  $S_3B_6$  текущего вогнутого многоугольника  $B_1S_3B_6B_5B_4B_3B_2$ . Точка  $S_2$  может быть добавлена к результирующему вогнутому многоугольнику, то есть сторона  $S_3B_6$  будет заменена на  $S_3S_2$  и  $S_2B_6$ .  $S_2$  исключаем из списка точек-кандидатов. Анализируя отрезок  $S_3S_2$ , меняем его аналогичным образом на отрезки  $S_3S_5$  и  $S_5S_2$ .  $S_5$  исключаем из дальнейшего анализа. Больше на промежутке между точками  $B_1$  и  $B_6$  выпуклой оболочки  $ConvexHull(S)$  нет ни одной точки, которую можно включить в итоговую вогнутую оболочку. В итоге отрезок  $B_1B_6$  начальной выпуклой оболочки меняем на ломаную  $B_1S_3S_5S_2B_6$  (рис. 8).

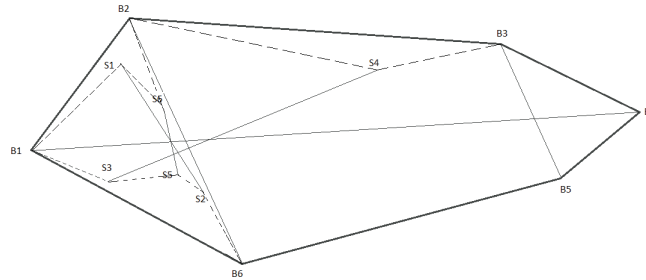


Рис. 8

Аналогично предыдущему шагу, исследуем отрезок  $B_6B_5$  и ищем из оставшихся точек-кандидатов те, которые могут быть новыми вершинами вогнутой оболочки между вершинами  $B_6$  и  $B_5$ . Процесс продолжаем до тех пор, пока не исследуем все стороны выпуклой оболочки  $ConvexHull(S)$ . Вновь образованные отрезки итоговой вогнутой оболочки  $B_1S_3S_5S_2B_6B_5B_4B_3B_2S_4B_2S_6S_1$  показаны на рис. 8 пунктирными линиями.

Теперь определимся, как указанный выше способ может быть реализован программно. Заметим, что в процессе добавления каждой новой точки  $S_k$  мы зрительно выбирали ту, которая позволяет образовать наименьший угол между векторами  $B_mS_k$  и  $B_mB_{m+1}$ . Действительно, возвращаясь к отрезку  $B_1B_6$ , очевидно, что угол  $S_3B_1B_6$  меньше угла  $S_2B_1B_6$ , как и угол  $S_2S_3B_6$  меньше угла  $S_5S_3B_6$ . Такая стратегия напоминает «аккуратное вклинивание» рассчитанной выпуклой оболочки внутрь, то есть второй этап нашего вычислительного алгоритма состоит в том, чтобы максимально «вклиниться» внутрь выпуклой оболочки относительно каждой из ее сторон. Опишем процесс «вклинивания»:

1. Среди точек-кандидатов  $A_1, A_2, \dots, A_s$  найти такую точку  $A_k$ , что  $\varphi(B_mA_k; B_mB_{m+1})$  — минимальный.

2. Если  $B_mA_k$  и  $A_kB_{m+1}$  не пересекают ни один из отрезков исходного множества  $S$  (из **Определения 3**), то заменяем отрезок  $B_mB_{m+1}$  на ломаную  $B_mA_kB_{m+1}$ . В противном случае возвращаемся к п.1 и ищем следующую точку  $A_k$  из оставшихся. Если не нашлось такой точки  $A_k$ , которая удовлетворяет критерию «непересечения», то отрезок  $B_mB_{m+1}$  оставляем как есть.

3. Продолжаем процесс аналогично для каждого из вновь образованных отрезков  $B_m A_k$ ,  $A_k B_{m+1}$ , пока не проанализируем все оставшиеся точки-кандидаты.

4. Переходим к следующему отрезку  $B_{m+1} B_{m+2}$  вычисленной выпуклой оболочки и повторяем алгоритм «вклинивания».

5. Алгоритм заканчивается после того, как исследуем все отрезки, образующие выпуклую оболочку.

Оформим представленный алгоритм в виде псевдокода.

```

/* === Алгоритм расчета вогнутой оболочки множества отрезков S === */
/* Вход: исходное множество отрезков S */
/* Выход: множество  $A = ConcaveHull(S)$  последовательных отрезков
вогнутой оболочки */
/* 1. Находим выпуклую оболочку  $ConvexHull(S)$  */
Найти  $ConvexHull(S) = \{[B_1 B_2], [B_2 B_3], \dots, [B_m B_1]\}$ ; // используем любой из
известных методов
Оставшиеся точки множества отрезков S заносим в список точек-кандидатов
CandidateList;
/* Инициализируем оболочку A как ConvexHull(S); */
Копируем ConvexHull(S) в ConcaveHull(S);
/* 2. Поиск оставшихся сторон вогнутой оболочки ConcaveHull(S) */
For I = 1 до последней стороны оболочки ConvexHull(S)
{
Среди точек CandidateList последовательно находим точку  $A_k$ , образующую
минимальный угол  $A_k B_m B_{m+1}$  и удовлетворяющей «критерию непересечения»
с исходным множеством S;
В ConcaveHull(S) отрезок  $B_m B_{m+1}$  меняем на 2 последовательных отрезка
 $B_m A_k$  и  $A_k B_{m+1}$ ;
Точку  $A_k$  исключаем из CandidateList;
Рекурсивно повторяем алгоритм поиска новой точки для вновь образованных
отрезков  $B_m A_k$  и  $A_k B_{m+1}$  среди оставшихся точек CandidateList;
}
Возвращаем ConcaveHull(S);
/* ===== Конец алгоритма ===== */

```

**Заключение.** Данный алгоритм был реализован в процессе написания программного обеспечения SeismicLoader во время работы А.Ю. Щербича в компании ООО «Геолитер». В задачи данного ПО входят методы технологического контроля качества данных сейсмической разведки (файлов геометрии, полевых и обработанных данных). Решение задачи построения вогнутых контуров сейсмических съемок позволило автоматизировать процесс фильтрации сейсмических данных через интерфейс карты по границам лицензионных участков. Результаты данного решения пользуются спросом в нефтегазовых компаниях по всему миру, где в качестве системы управления геолого-геофизическими данными используется Банк данных PetroVision, чей инструмент SeismicLoader содержит реализацию описанного алгоритма.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юканова Е.А. Технология систематизации геолого-геофизической информации для цифрового геологического моделирования крупных длительно разрабатываемых месторождений: дисс. ... канд. техн. наук. М., 2009. 152 с.
2. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. М.: Физматлит, 2004. 416 с.
3. Cormen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest, R.L., Stein, C. Introduction to algorithms (3<sup>rd</sup> ed.). Massachusetts Institute of Technology: MIT Press, 2009. 1313 p.
4. Mount, D. M. Computational Geometry. University of Maryland, 2002. 122 p.
5. Barber, C.B., Dobkin, D.P., Huhdanpaa, H. The Quickhull Algorithm for Convex Hulls // ACM Transactions on Mathematical Software. 1996. Vol. 22. Issue 4. Pp. 469-483.
6. Edelsbrunner, H. Alpha Shapes — a Survey. Departments of Computer Science and of Mathematics. Durham: Duke University, 2011. 25 p.
7. Препарата, Ф., Шеймос, М. Вычислительная геометрия: введение. М.: Мир, 1989. 478 с.
8. Moreira, A.J.C., Santos, Y.M. Concave hull: A k-nearest neighbors approach for the computation of the region occupied by a set of points: Proc. of International Conference on Computer Graphics Theory and Applications. Barcelona, 2007.
9. Computational Geometry Algorithms Library. URL: <http://www.cgal.org> (дата обращения: 15.12.2013).
10. Park, J-S., Oh, S-J. A New Concave Hull Algorithm and Concaveness Measure for n-dimensional Datasets // Journal of Information Science and Engineering. 2013. Vol. 29. Issue 2. Pp. 379-392. (March 2013).

## REFERENCES

1. Iukanova, E.A. *Tekhnologiya sistematzatsii geologo-geofizicheskoi informatsii dlia tsifrovogo geologicheskogo modelirovaniia krupnykh dlitel'no razrabatyvaemykh mestorozhdenii* (Avtoref. diss. dokt.) [Technology of geological and geophysical data systematization for digital modelling of large long time developing fields (Extended Abstract of Doct. Sci. Diss.)]. Moscow, 2009. 152 p. (in Russian).
2. Polovinkin, E.S., Balashov, M.V. *Elementy vypuklogo i sil'no vypuklogo analiza* [Elements of convex and strongly convex analysis]. Moscow, 2004. 416 p. (in Russian).
3. Cormen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest, R.L., Stein, C. Introduction to algorithms (3<sup>rd</sup> ed.). Massachusetts Institute of Technology: MIT Press, 2009. 1313 p.
4. Mount, D. M. Computational Geometry. University of Maryland, 2002. 122 p.
5. Barber, C.B., Dobkin, D.P., Huhdanpaa, H. The Quickhull Algorithm for Convex Hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 1996. Vol. 22. Issue 4. Pp. 469-483.
6. Edelsbrunner, H. Alpha Shapes — a Survey. Departments of Computer Science and of Mathematics. Durham: Duke University, 2011. 25 p.
7. Preparata, F., Sheimos, M. *Vychislitel'naia geometriia: vvedenie* [Computational geometry: introduction] / Transl. fr. Eng. by S.A. Viches, M.M. Komarov. Moscow, 1989. 478 p. (in Russian).
8. Moreira, A.J.C., Santos, Y.M. Concave hull: A k-nearest neighbors approach for the computation of the region occupied by a set of points: Proc. of International Conference on Computer Graphics Theory and Applications. Barcelona, 2007.
9. Computational Geometry Algorithms Library. URL: <http://www.cgal.org> (date accessed: 15.12.2013).
10. Park, J-S., Oh, S-J. A new Concave Hull Algorithm and Concaveness Measure for n-dimensional Datasets. *Journal of Information Science and Engineering*. 2013. Vol. 29. Issue 2. Pp. 379-392. (March 2013).

**Авторы публикации**

**Щербич Алексей Юрьевич** — менеджер по развитию направления «Управление данными», компания Halliburton (филиал в г. Тюмень)

**Кутрунов Владимир Николаевич** — заведующий кафедрой алгебры и математической логики Института математики и компьютерных наук Тюменского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

**Authors of the publication**

**Alexey Yu. Shcherbich** — Development Manager, Data Management Sector, Halliburton Company (Russian Federation, Tyumen)

**Vladimir N. Kutrunov** — Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor, Head of the Department of Algebra and Mathematical Logic, Tyumen State University